



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 5

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu la funció $f(x) = -2 + 10(x - 1) \ln x$, definida per a $x > 0$.
- a) Comproveu que $f(x)$ té una arrel a l'interval $[1, 1,5]$ i busqueu un interval d'una dècima de longitud que també contingui aquesta mateixa arrel.

[0,75 punts]

- b) Sense calcular els punts crítics, justifiqueu que $f(x)$ és decreixent a l'interval $(0, 1)$ i creixent a $(1, +\infty)$. Quins màxims i mínims té aquesta funció?

[1 punt]

- c) Calculeu $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ i $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, i feu un esbós de la gràfica d'aquesta funció.
[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

2. Considereu les matrius $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ i $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Decidiu si la matriu \mathbf{P} és invertible i, en cas de ser-ho, calculeu la seva inversa. Expliqueu detalladament el procediment seguit.

[1,25 punts]

- b)** Calculeu una matriu X de 3 files i 3 columnes que compleixi $PX + Q = 2R$.
[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 2	a	
	b	
	Total	

3. Considereu les paràboles $y = f_a(x)$, amb $f_a(x) = ax^2 + 2x + 5 - a$, on a és un paràmetre real.
- a)** Determineu el valor del paràmetre a per al qual la recta tangent a $y = f_a(x)$ en el punt d'abscissa $x = 1$ passa pel punt $(2, 13)$.
- [1 punt]

- b)** Calculeu els punts de tall de les paràboles $y = f_1(x)$ i $y = f_3(x)$.
- [0,5 punts]

- c) Calculeu l'àrea de la regió situada entre les dues paràboles $y = f_1(x)$ i $y = f_3(x)$.
[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

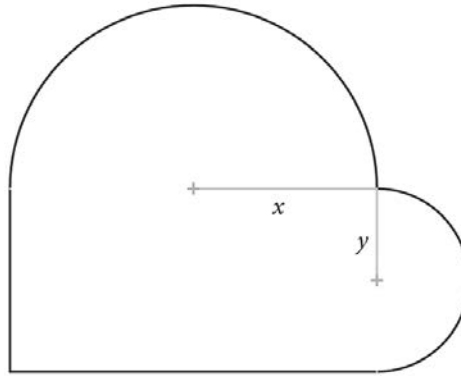
4. La Rut fa servir el mètode següent per a fer els problemes de matemàtiques: tira un dau equilibrat i, si el resultat és com a màxim 4, pensa i resol el problema ella mateixa; si el resultat és 5 o 6, busca la solució del problema per Internet i la copia. Quan és ella qui ha pensat la solució, la resposta és correcta en el 75 % dels casos; quan copia la solució d'Internet, la resposta és correcta només en el 40 % dels casos.
- a) Quina és la probabilitat que la solució d'un problema respost seguint aquest mètode sigui correcta?
[0,75 punts]

- b) Quina és la probabilitat que un problema l'hagi resolt la Rut si sabem que la solució és correcta?
[0,75 punts]

- c) Demà la Rut ha d'entregar 5 problemes de matemàtiques. Quina és la probabilitat que n'hi hagi almenys 4 de correctes?
[1 punt]

Espai per a la correcció		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

5. En Carles vol construir un decorat per a l'obra de teatre de final de curs en forma d'un rectangle i dos semicercles, tal com es mostra a la figura següent:



- a)** Determineu el perímetre i l'àrea del decorat que s'ha de construir en funció de x i de y .
[1 punt]

- b)** Per a revestir el perímetre del decorat, en Carles té material per a cobrir fins a 10 m. Si el vol gastar tot, quines seran les mides del decorat d'àrea màxima que podrà construir? Quin és el valor d'aquesta àrea?

[1,5 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Considereu les rectes $r: \frac{x-5}{4} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{-1}$ i $s: \begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = 3 + k \\ z = -1 \end{cases}$.

a) Quina és la seva posició relativa? Calculeu l'equació implícita d'un pla π que sigui paral·lel a les dues rectes i que passi per l'origen de coordenades.

[1,25 punts]

b) Calculeu l'equació de la recta t que talla les dues rectes r i s perpendicularment.

[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'estudiant



Institut
d'Estudis
Catalans