



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Sèrie 1

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

---

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

---

1. Considereu la funció  $f(x) = 2\frac{\ln x}{x}$ , definida per a  $x > 0$ .

a) Estudieu-ne els màxims i els mínims, i les zones de creixement i de decreixement.

[1 punt]

**b)** Aquesta funció té asímtotes? Feu un esbós de la seva gràfica.

[1 punt]

**c)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de  $y = f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 1$ .

[0,5 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 2y - z = 4 \\ x - y + kz = 3 \\ 3x + 3y = 1 \end{array} \right\},$$

on  $k$  és un paràmetre real.

**a)** Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre  $k$ , i resoleu-lo per a  $k = 0$ .

[1 punt]

**b)** Resoleu el sistema per a  $k = -1$ .

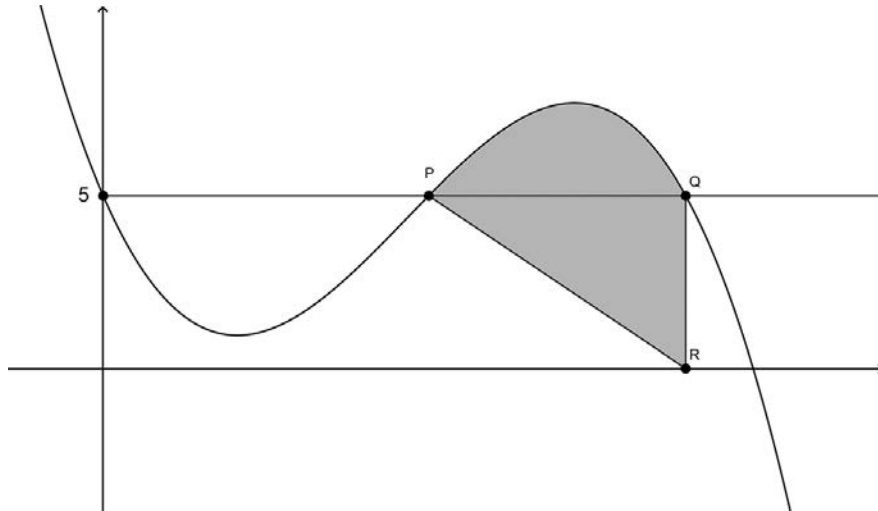
[0,75 punts]

- c) Per a  $k = -1$ , modifiqueu la tercera equació de manera que el sistema esdevingui incompatible. Justifiqueu la resposta.

[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

3. En Joan troba entre els papers del seu avi un esbós com el de la figura adjunta, on es descriu un terreny de regadiu que ha deixat en herència al seu pare.



La corba de la gràfica és  $y=f(x)$ , amb  $f(x) = -x^3 + 7x^2 - 6x + 5$ .

- a)** A partir de l'expressió de  $f(x)$ , calculeu les coordenades dels punts  $P$ ,  $Q$  i  $R$  indicats a la figura. Calculeu també l'equació de la recta  $PR$ .

[1,25 punts]

**b)** Calculeu la superfície del terreny.

[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. L'Andreu posa les nou boles que es mostren a continuació dins d'una bossa.



**a)** A continuació, treu de la bossa dues boles a l'atzar, una darrere l'altra i sense reemplaçament (és a dir, no retorna a la bossa la primera bola abans de treure la segona).

— Calculeu la probabilitat que la primera bola sigui una A o una E.

[0,5 punts]

— Calculeu la probabilitat que les dues boles siguin diferents.

[0,75 punts]



**b)** L'Andreu torna a posar totes les boles a la bossa i en treu cinc a l'atzar, una darrere l'altra, però ara amb reemplaçament (és a dir, ara sí que retorna a la bossa cada bola extreta abans d'agafar la següent).

— Calculeu la probabilitat que no hagi tret cap A.

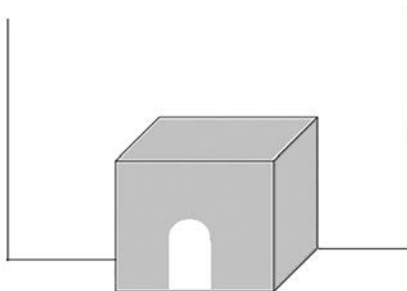
[0,5 punts]

— Calculeu la probabilitat que hagi tret almenys dues A.

[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Volem construir un petit cobert de fusta de  $6 \text{ m}^3$  de volum, en forma de prisma rectangular, adossat a la paret lateral d'una casa, per a guardar-hi llenya. Només cal construir, per tant, el sostre i tres parets (la paret del fons del cobert és la de la casa a la qual està adossat). A més, volem que el cobert mesuri el triple d'amplària que de fondària. Cada metre quadrat de paret té un cost de construcció de 30 € i el sostre costa 50 € per metre quadrat. Un cop construït el cobert, afegir-hi una porta té un cost fix de 35 €.



- a) Comproveu que el cost de construcció del cobert ve donat per la funció

$$C(x) = \frac{300}{x} + 150x^2 + 35, \text{ on } x \text{ és la fondària del cobert en metres.}$$

[1,25 punts]

**b)** Calculeu quines han de ser les dimensions del cobert per tal que el cost de construcció sigui mínim i justifiqueu la resposta. Quin és aquest cost?

[1,25 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Considereu els punts  $A = (1, 2, 3)$  i  $B = (-3, -2, 3)$ .
- a) Calculeu l'equació del pla  $\pi$  que és perpendicular a la recta  $AB$  i que passa pel punt mitjà entre  $A$  i  $B$ . Justifiqueu que aquest pla està format, precisament, pels punts  $P = (x, y, z)$  que estan a igual distància de  $A$  que de  $B$ , és a dir,  $d(P, A) = d(P, B)$ .
- [1 punt]

- b)** Calculeu les distàncies de  $A$  i de  $B$  al pla  $\pi$  i comproveu que són iguals. És casualitat?  
Raoneu la resposta.  
[0,75 punts]

- c)** Sigui  $C = (-7, 6, 3)$ . El triangle  $ABC$  és isòsceles? Calculeu la seva àrea.  
[0,75 punts]

Espai per a la correcció		
Qüestió 6	$a$	
	$b$	
	$c$	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'estudiant



Institut  
d'Estudis  
Catalans