

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 1

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Calculeu els coeficients a , b , c i d de la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ si sabem que l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció f en el punt d'inflexió $(1, 0)$ és $y = -3x + 3$ i que la funció té un extrem relatiu en el punt de la gràfica d'abscissa $x = 0$.

[2,5 punts]

Espai per al corrector/a

Qüestió 1

2. Considereu les dues matrius següents:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calculeu les matrius $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ i $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$.

[1,5 punts]

b) Siguin C i D dues matrius quadrades del mateix ordre que satisfan $C \cdot D = C$ i $D \cdot C = D$.
Comproveu que les dues matrius, C i D , són idempotents.

[1 punt]

NOTA: Una matriu quadrada s'anomena *idempotent* si coincideix amb el seu quadrat.

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Sigui $f'(x) = \begin{cases} x-1, & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-1}, & \text{si } x > 2 \end{cases}$ la funció derivada d'una funció derivable $f(x)$ que passa

pel punt $A = (0, 3)$.

a) Calculeu la funció $f(x)$.

[1,5 punts]

- b)** Calculeu l'equació de la recta tangent a la funció $f'(x)$ en el punt d'abscissa $x = 3$.
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Sigui el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real λ :

$$\begin{cases} x + 2\lambda y + (2 + \lambda)z = 0 \\ (2 + \lambda)x + y + 2\lambda z = 3 \\ 2\lambda x + (2 + \lambda)y + z = -3 \end{cases}$$

a) Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre λ .

[1,25 punts]

- b)** Per al cas $\lambda = -1$, resoleu el sistema, interpreteu-lo geomètricament i identifiqueu-ne la solució.
[1,25 punts]

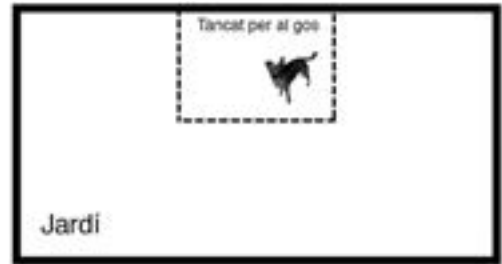
Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. La Núria té un jardí rectangular i vol fer-hi un tancat (rectangular o quadrat) de 8 m^2 per al seu gos. Ha pensat de posar el tancat tocant al mur del jardí, tal com es mostra a la figura de la dreta, per estalviar-se així un dels quatre costats.

El preu de la tanca que vol fer servir és de $2,5 \text{ €/m}$.

- a) Quines dimensions ha de tenir el tancat perquè el cost sigui mínim? Quin és aquest cost mínim?

[1,75 punts]



- b)** Si manteniu la forma rectangular o quadrada del tancat i feu que un dels vèrtexs del jardí coincideixi amb un vèrtex del tancat, quants euros us podeu estalviar? Raoneu com posaríeu el tancat i justifiqueu amb càlculs matemàtics les dimensions de la vostra proposta.

[0,75 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Siguin els plans π_1 i π_2 , determinats respectivament per les equacions $\pi_1: x + y = 3$ i $\pi_2: x - z = -2$.
- a)** Trobeu l'equació general ($Ax + By + Cz + D = 0$) del pla π_3 , que és perpendicular a π_1 i π_2 , i que passa pel punt $P = (4, 1, 2)$.
[0,75 punts]

- b)** Sigui r la recta d'intersecció de π_1 i π_2 . Calculeu l'equació vectorial de la recta r .
[0,75 punts]

c) Calculeu el punt Q de la recta r que és més a prop del punt P .

[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	a	
	b	
	c	
	Total	

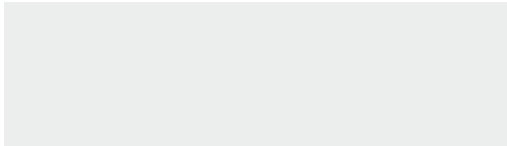
[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 5

Qualificació		TR
Qüestions	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
Suma de notes parcials		
Qualificació final		

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu les funcions $f(x) = -x^2 + x + 6$ i $g(x) = -9x + 3x^2$.

a) Calculeu l'àrea de la regió delimitada per les dues funcions.

[1,25 punts]

- b)** Trobeu l'equació de la recta tangent a la funció $f(x)$ en el punt $(-2, 0)$. Representeu aquesta recta tangent i les funcions $f(x)$ i $g(x)$ en uns mateixos eixos de coordenades.
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Considereu el sistema d'equacions lineals

$$\left. \begin{array}{l} x - y + kz = -1 \\ x + ky + z = 3 \\ 2x + (k-1)y + 2z = 2 \end{array} \right\},$$

en què k és un paràmetre real.

a) Discuti el sistema en funció del valor de k .

[1,5 punts]

b) Resoleu el sistema per a $k=0$ i per a $k=1$.
[1 punt]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Considereu les rectes a l'espai $r: x = -y = z + m$ i $s: \left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ x - z = 0 \end{array} \right\}$, en què m és un paràmetre real.

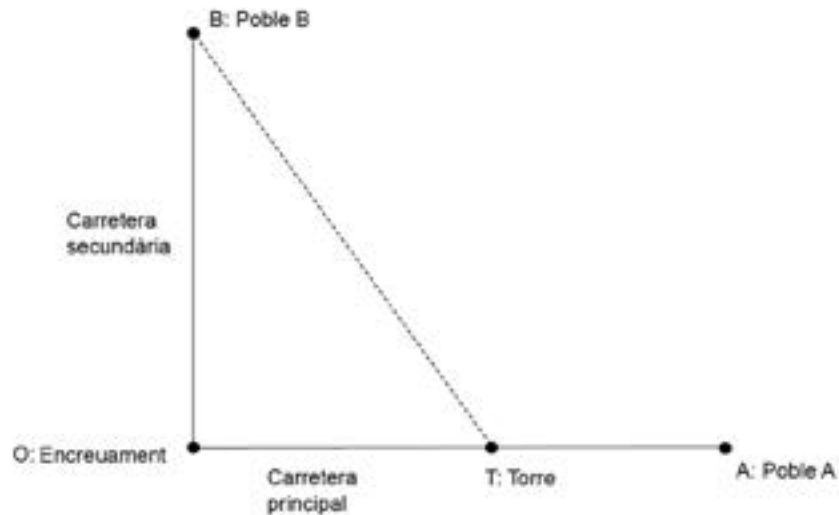
a) Estudieu la posició relativa per als diferents valors del paràmetre m .
[1,25 punts]

- b)** Calculeu m perquè la distància entre les rectes r i s sigui de $\sqrt{2}$ unitats.
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	a	
	b	
	Total	

4. En una carretera principal hi trobem el poble A . A 12 km del poble A , hi ha un encreuament O amb una carretera secundària que talla perpendicularment la carretera principal. A 9 km de l'encreuament, a la carretera secundària, hi trobem el poble B . Es vol construir una torre de comunicacions T en un punt de la carretera principal situat entre el poble A i l'encreuament O . Aquesta torre ha d'estar connectada amb cadascun dels dos pobles en línia recta per cable. Sabem que instal·lar el cable entre la torre T i el poble B té un preu de 250 €/km i, en canvi, instal·lar el cable entre la torre T i el poble A té un preu de 125 €/km. Determineu a quina distància de l'encreuament O a la carretera principal cal situar la torre T perquè el preu del cablejat sigui mínim i quin serà el valor d'aquest preu mínim.

[2,5 punts]



Espai per al corrector/a	
Qüestió 4	

5. Considereu la família S de matrius de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, en què $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Calculeu $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$.

[1,25 punts]

- b)** Trobeu totes les matrius de la família \mathcal{S} , és a dir, de la forma $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, que verifiquin la igualtat $A^2 = I$, en què I és la matriu identitat d'ordre 2.
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	a	
	b	
	Total	

6. Sigui la funció $f(x) = \frac{ax^2 + x + b}{x^2 + 1}$.

a) Calculeu els valors dels paràmetres a i b si sabem que la gràfica de la funció f té un extrem relatiu en $x = -1$ i passa pel punt $P = \left(-2, \frac{13}{5}\right)$.
[1,25 punts]

- b)** Per al cas $a = b$, calculeu i classifiqueu els extrems relatius de la funció.
[1,25 punts]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	a	
	b	
	Total	

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

[Pàgina per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans